UNIVERSITE PAUL SABATIER **Mars 2011**
Licence 2ème année physique

PARTIEL D'ELECTROMAGNETISME

Durée : 1 h 30

I. Questions de cours

1. Champ magnétique **B** créé par un fil rectiligne infini parcouru par un courant I constant. Indiquer les invariances et calculer le champ **B** en fonction de μ_0, I, et de la distance r du point M au fil, et du(des) vecteur(s) unitaire(s) de votre choix.
2. Définition du flux du vecteur champ magnétique **B** à travers une surface S d'une spire plane dont la normale est **n**.
3. Expression du travail élémentaire des forces magnétiques en fonction du courant et du flux magnétique.

II. Solénoïde cylindrique à spires jointives de longueur finie.

On considère un solénoïde cylindrique de section circulaire à spires jointives, d'axe z'Oz, parcouru par un courant I stationnaire. Le point origine O est au centre du solénoïde.

1. Précisez, *en justifiant la réponse*, si les deux plans suivants sont de symétrie ou d'anti-symétrie par rapport aux sources : a) plan xOy b) plan contenant Oz.
2. Donner l'allure des lignes de champ magnétique **B** dans tout l'espace. Orientez les lignes de champ et indiquer clairement le sens de passage du courant dans les spires.
3. Donner l'expression du vecteur unitaire (**B**/B) en fonction des vecteurs unitaires $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ en justifiant les réponses dans l'esprit de la question 1) :
   a. pour les points du plan xOy intérieurs au solénoïde.
   b. pour les points du plan xOy extérieurs au solénoïde.

III. Deux solénoïdes cylindriques à spires jointives de longueur finie.

Deux solénoïdes identiques au précédent, S_1 et S_2, sont maintenant disposés comme l'indique la figure 1, d'axes parallèles à Oz et de centres en x = -a et x = +a.

1. Les courants circulent dans le sens indiqué sur la figure.
   a. En raisonnant sur les plans xOz et yOz, dont on précisera s'ils sont de symétrie ou bien d'anti-symétrie par rapport aux sources, donner la direction du vecteur unitaire (**B**/B) total pour les points de z'z.
   b. Donner l'expression du vecteur unitaire (**B**/B) au point O en fonction des vecteurs unitaires $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$.
2. Le courant i_2 dans S_2 est maintenant inversé alors que i_1 est inchangé par rapport à la figure 1.
   a. En raisonnant sur les plans xOz et yOz, dont on précisera s'ils sont de symétrie ou bien d'anti-symétrie par rapport aux sources, donner la direction du vecteur unitaire (**B**/B) total pour les points de z'z.
   b. Donner l'expression du vecteur unitaire (**B**/B) au point O en fonction des vecteurs unitaires $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$.

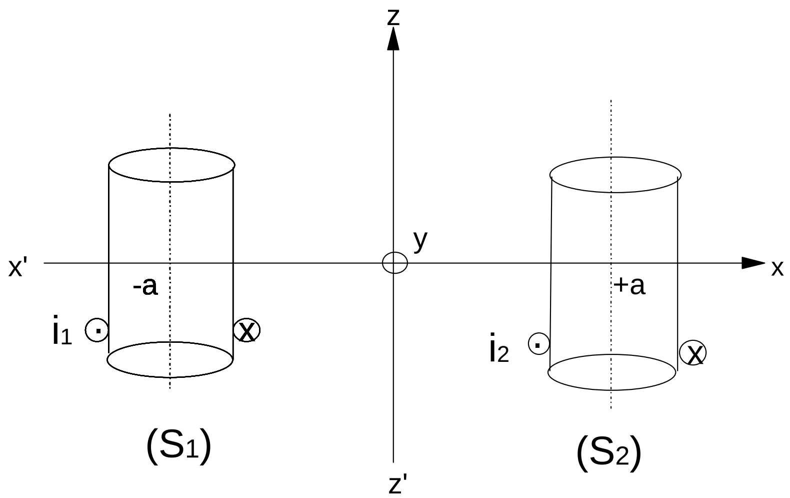

Figure 1 : Deux solénoïdes identiques d'axes parallèles à z'z et de centres (-a,0,0) pour (S_1) et (+a,0,0) pour (S_2). Le plan xOy divise chaque solénoïde en deux parties égales.

IV. Solénoïde semi-infini : champ magnétique près d'une extrémité

On cherche à évaluer le champ magnétique au voisinage d'une extrémité du solénoïde et à faible distance r de son axe (*Oz*). Le solénoïde semi-infini (caractérisé par R_1, I_1 et n) occupe l'espace z < 0, l'extrémité du solénoïde étant située à l'abscisse $z = 0$. On admettra que la composante B_z de $\boldsymbol{B}$ parallèle à l'axe du solénoïde est donnée, en un point M qui n'est pas trop éloigné de l'axe (*Oz*) par

$$B_z = \frac{B_{\text{int}}}{2}\left\{1 - \frac{z}{\left(R_1^2 + z^2\right)^{1/2}}\right\}$$

où B_{int} dont la valeur est celle du solénoïde de longueur infini, est la composante du champ magnétique loin de l'extrémité ($z << 0$).

1. Utiliser l'équation $div\, \boldsymbol{B} = 0$ pour obtenir une équation aux dérivées partielles liant les composantes de B parallèle et perpendiculaire à (*Oz*). On pourra utiliser l'expression de la divergence du champ de vecteur **A**, telle que $div\,\vec{A} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho A_\rho\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$.
2. Calculer la dérivée $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ de la composante B_z.
3. Intégrer l'équation obtenue à la question 1) et utiliser les résultats obtenus en 2) pour calculer la composante du champ magnétique perpendiculaire à l'axe (*Oz*), en un point M non situé sur cet axe. On tiendra compte du fait que cette composante de B doit être nulle sur l'axe (*Oz*). On exprimera cette composante sous la forme $B_\rho = K\rho$ où K est une fonction de B_{int} , z et R_1 dont on donnera l'expression.